

第三章，湍流模型

第一节， 前言

湍流流动模型很多，但大致可以归纳为以下三类：

第一类是湍流输运系数模型，是 Boussinesq 于 1877 年针对二维流动提出的，将速度脉动的二阶关联量表示成平均速度梯度与湍流粘性系数的乘积。即：

$$-\overline{\rho u'_1 u'_2} = \mu_t \frac{\partial u_1}{\partial x_2} \tag{3-1}$$

推广到三维问题，若用笛卡儿张量表示，即有：

$$-\overline{\rho u'_i u'_j} = \mu_t \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij} \tag{3-2}$$

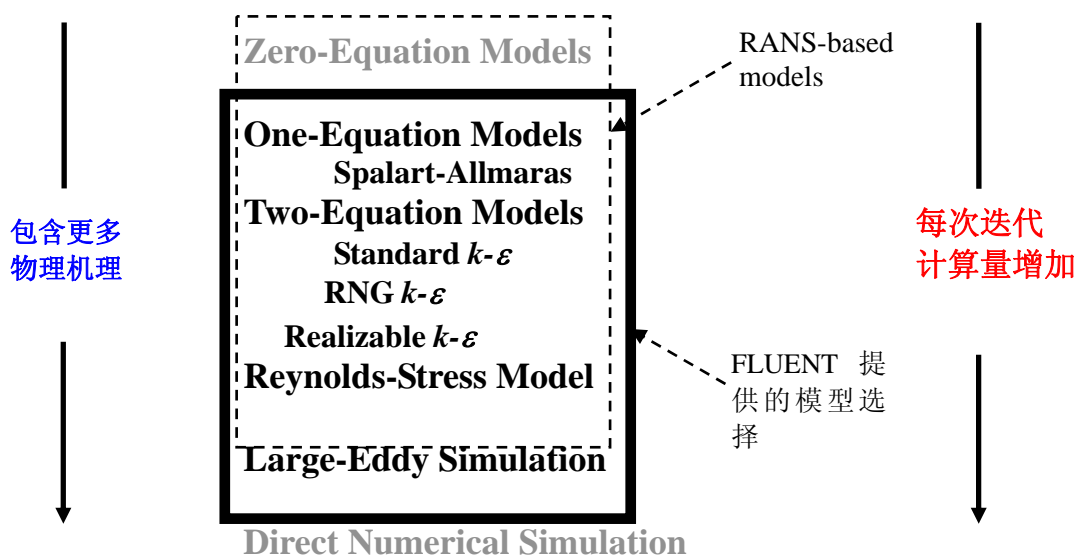
模型的任务就是给出计算湍流粘性系数 μ_t 的方法。根据建立模型所需要的微分方程的数目，可以分为零方程模型（代数方程模型），单方程模型和双方程模型。

第二类是抛弃了湍流输运系数的概念，直接建立湍流应力和其它二阶关联量的输运方程。

第三类是大涡模拟。前两类是以湍流的统计结构为基础，对所有涡旋进行统计平均。大涡模拟把湍流分成大尺度湍流和小尺度湍流，通过求解三维经过修正的 Navier-Stokes 方程，得到大涡旋的运动特性，而对小涡旋运动还采用上述的模型。

实际求解中，选用什么模型要根据具体问题的特点来决定。选择的一般原则是精度要高，应用简单，节省计算时间，同时也具有通用性。

FLUENT 提供的湍流模型包括：单方程（Spalart-Allmaras）模型、双方程模型（标准 $\kappa - \epsilon$ 模型、重整化群 $\kappa - \epsilon$ 模型、可实现 (Realizable) $\kappa - \epsilon$ 模型）及雷诺应力模型和大涡模拟。



湍流模型种类示意图

第二节，平均量输运方程

雷诺平均就是把 Navier-Stokes 方程中的瞬时变量分解成平均量和脉动量两部分。对于速度，有：

$$u_i = \overline{u_i} + u'_i \quad 3-3$$

其中， $\overline{u_i}$ 和 u'_i 分别是平均速度和脉动速度 (i=1,2,3)

类似地，对于压力等其它标量，我们也有：

$$\phi = \overline{\phi} + \phi' \quad 3-4$$

其中， ϕ 表示标量，如压力、能量、组分浓度等。

把上面的表达式代入瞬时的连续与动量方程，并取平均（去掉平均速度 $\overline{u_i}$ 上的横线），我们可以把连续与动量方程写成如下的笛卡儿坐标系下的张量形式：

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho u_i) = 0 \quad 3-5$$

$$\rho \frac{Du_i}{Dt} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial u_l}{\partial x_l} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial x_j} (-\overline{\rho u'_i u'_j}) \quad 3-6$$

上面两个方程称为雷诺平均的 Navier-Stokes (RANS) 方程。他们和瞬时 Navier-Stokes 方程有相同的形式，只是速度或其它求解变量变成了时间平均量。额外多出来的项 $-\overline{\rho u'_i u'_j}$ 是雷诺应力，表示湍流的影响。如果要求解该方程，必须模拟该项以封闭方程。

如果密度是变化的流动过程如燃烧问题，我们可以用法夫雷 (Favre) 平均。这样才可以求解有密度变化的流动问题。法夫雷平均就是出了压力和密度本身以外，所有变量都用密度加权平均。变量的密度加权平均定义为：

$$\tilde{\Phi} = \overline{\rho \Phi} / \overline{\rho} \quad 3-7$$

符号 \sim 表示密度加权平均；对应于密度加权平均值的脉动值用 Φ'' 表示，即有：

$$\Phi = \tilde{\Phi} + \Phi'' \quad \text{很显然，这种脉动值的简单平均值不为零，但它的密度加权平均值等于零，即：}$$

$$\overline{\Phi''} \neq 0, \quad \overline{\rho \Phi''} = 0$$

Boussinesq 近似与雷诺应力输运模型

为了封闭方程，必须对额外项雷诺应力 $-\overline{\rho u'_i u'_j}$ 进行模拟。一个通常的方法是应用 Boussinesq 假设，认为雷诺应力与平均速度梯度成正比，即：

$$-\overline{\rho u'_i u'_j} = \mu_t \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} (\rho k + \mu_t \frac{\partial u_l}{\partial x_l}) \delta_{ij} \quad 3-8$$

Boussinesq 假设被用于 Spalart-Allmaras 单方程模型和 $k - \varepsilon$ 双方程模型。Boussinesq 近似的好处是与求解湍流粘性系数有关的计算时间比较少，例如在 Spalart-Allmaras 单方程模型中，只多求解一个表示湍流粘性的输运方程；在 $k - \varepsilon$ 双方程模型中，只需多求解湍动能 k 和耗散率 ε 两个方程，湍流粘性系数用湍动能 k 和耗散率 ε 的函数。Boussinesq 假设的缺点是认为湍

流粘性系数 μ_t 是各向同性标量，对一些复杂流动该条件并不是严格成立，所以具有其应用限制性。

另外的方法是求解雷诺应力各分量的输运方程。这也需要额外再求解一个标量方程，通常是耗散率 ϵ 方程。这就意味着对于二维湍流流动问题，需要多求解 4 个输运方程，而三维湍流问题需要多求解 7 个方程，需要比较多的计算时间，对计算机内存也有更高要求。

在许多问题中，Boussinesq 近似方法可以得到比较好的结果，并不一定需要花费很多时间来求解雷诺应力各分量的输运方程。但是，如果湍流场各向异性很明显，如强旋流动以及应力驱动的二次流等流动中，求解雷诺应力分量输运方程无疑可以得到更好的结果。

第三节， 湍流模型

3.3.1 单方程 (Spalart-Allmaras) 模型

Spalart-Allmaras 模型的求解变量是 $\tilde{\nu}$ ，表征出了近壁（粘性影响）区域以外的湍流运动粘性系数。 $\tilde{\nu}$ 的输运方程为：

$$\rho \frac{D\tilde{\nu}}{Dt} = G_\nu + \frac{1}{\sigma_{\tilde{\nu}}} \left[\frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ (\mu + \rho\tilde{\nu}) \frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial x_j} \right\} + C_{b2} \rho \left(\frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial x_j} \right) \right] - Y_\nu \quad 3-9$$

其中， G_ν 是湍流粘性产生项； Y_ν 是由于壁面阻挡与粘性阻尼引起的湍流粘性的减少； $\sigma_{\tilde{\nu}}$ 和 C_{b2} 是常数； ν 是分子运动粘性系数。

湍流粘性系数用如下公式计算：

$$\mu_t = \rho \tilde{\nu} f_{v1}$$

其中， f_{v1} 是粘性阻尼函数，定义为： $f_{v1} = \frac{\chi^3}{\chi^3 + C_{v1}^3}$ ，并且 $\chi \equiv \frac{\tilde{\nu}}{\nu}$ 。

湍流粘性产生项， G_ν 用如下公式模拟：

$$G_\nu = C_{b1} \rho \tilde{S} \tilde{\nu} \quad 3-10$$

其中， $\tilde{S} \equiv S + \frac{\tilde{\nu}}{k^2 d^2} f_{v2}$ ，而 $f_{v2} = 1 - \frac{\chi}{1 + \chi f_{v1}}$ 。其中， C_{b1} 和 k 是常数， d 是计算点到

壁面的距离； $S \equiv \sqrt{2\Omega_{ij}\Omega_{ij}}$ 。 Ω_{ij} 定义为：

$$\Omega_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) \quad 3-11$$

由于平均应变率对湍流产生也起到很大作用，FLUENT 处理过程中，定义 S 为：

$$S \equiv |\Omega_{ij}| + C_{prod} \min(0, |S_{ij}| - |\Omega_{ij}|) \quad 3-12$$

其中， $C_{prod} = 2.0$ ， $|\Omega_{ij}| \equiv \sqrt{\Omega_{ij}\Omega_{ij}}$ ， $|S_{ij}| \equiv \sqrt{2S_{ij}S_{ij}}$ ，平均应变率 S_{ij} 定义为：

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) \quad 3-13$$

在涡量超过应变率的计算区域计算出来的涡旋粘性系数变小。这适合涡流靠近涡旋中心的区域，那里只有“单纯”的旋转，湍流受到抑止。包含应变张量的影响更能体现旋转对湍流的影响。忽略了平均应变，估计的涡旋粘性系数产生项偏高。

湍流粘性系数减少项 Y_ν 为：

$$Y_\nu = C_{w1} \rho f_w \left(\frac{\tilde{\nu}}{d} \right)^2 \quad 3-14$$

$$\text{其中, } f_w = g \left[\frac{1 + C_{w3}^6}{g^6 + C_{w3}^6} \right]^{1/6} \quad 3-15$$

$$g = r + C_{w2} (r^6 - r) \quad 3-16$$

$$r \equiv \frac{\tilde{\nu}}{\tilde{S} k^2 d^2} \quad 3-17$$

其中， C_{w1} ， C_{w2} ， C_{w3} 是常数， $\tilde{S} \equiv S + \frac{\tilde{\nu}}{k^2 d^2} f_{\nu 2}$ 。在上式中，包括了平均应变率对 S 的影响，因而也影响用 \tilde{S} 计算出来的 r 。

上面的模型常数在 FLUENT 中默认值为： $C_{b1} = 0.1335$ ， $C_{b2} = 0.622$ ， $\sigma_{\tilde{\nu}} = 2/3$ ， $C_{\nu 1} = 7.1$ ， $C_{w1} = C_{b1} / k^2 + (1 + C_{b2}) / \sigma_{\tilde{\nu}}$ ， $C_{w2} = 0.3$ ， $C_{w3} = 2.0$ ， $k = 0.41$ 。

壁面条件

在壁面，湍流运动粘性 $\tilde{\nu}$ 设置为零。当计算网格足够细，可以计算层流底层时，壁面切应力用层流应力—应变关系求解，即：

$$\frac{u}{u_\tau} = \frac{\rho u_\tau y}{\mu} \quad 3-18$$

如果网格粗错不能用来求解层流底层，则假设与壁面近邻的网格质心落在边界层的对数区，则根据壁面法则：

$$\frac{u}{u_\tau} = \frac{1}{k} \ln E \left(\frac{\rho u_\tau y}{\mu} \right) \quad 3-19$$

其中， $k=0.419$ ， $E=9.793$ 。

对流传热传质模型

在 FLUENT 中，用雷诺相似湍流运输的概念来模拟热运输过程。给出的能量方程为：

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho E) + \frac{\partial}{\partial x_i} [u_i (\rho E + p)] = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\left(k + \frac{c_p \mu_t}{\text{Pr} t} \right) \frac{\partial T}{\partial x_i} + u_j (\tau_{ij})_{eff} \right] + S_h \quad 3-20$$

式中， E 是总能量， $(\tau_{ij})_{eff}$ 是偏应力张量，定义为：

$$(\tau_{ij})_{eff} = \mu_{eff} \left(\frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) - \frac{2}{3} \mu_{eff} \frac{\partial u_i}{\partial x_i} \delta_{ij} \quad 3-21$$

其中, $(\tau_{ij})_{eff}$ 表示粘性加热, 耦合求解。如果默认为分开求解, FLUENT 不求解处 $(\tau_{ij})_{eff}$ 。但是可以通过变化“粘性模型”面板上的湍流普朗特数 (Prt), 其默认值为 0.85。

湍流质量输运与热输运类似, 默认的 Schmidt 数是 0.7, 该值同样也可以在“粘性模型”面板上调节。

标量的壁面处理与动量壁面处理类似, 分别选用合适的壁面法则。

综上所述, Spalart-Allmaras 模型是相对简单的单方程模型, 只需求解湍流粘性的输运方程, 并不需求解当地剪切层厚度的长度尺度。该模型对于求解有壁面影响流动及有逆压力梯度的边界层问题有很好模拟效果, 在透平机械湍流模拟方面也有较好结果。

Spalart-Allmaras 模型的初始形式属于对低雷诺数湍流模型, 这必须很好解决边界层的粘性影响区求解问题。在 FLUENT 中, 当网格不是很细时, 采用壁面函数来解决这一问题。当网格比较粗糙时, 网格不满足精确的湍流计算要求, 用壁面函数也许是最好的解决方案。另外, 该模型中的输运变量在近壁处的梯度要比 $k - \varepsilon$ 中的小, 这使得该模型对网格粗糙带来数值误差不太敏感。

但是, Spalart-Allmaras 模型不能预测均匀各向同性湍流的耗散。并且, 单方程模型没有考虑长度尺度的变化, 这对一些流动尺度变换比较大的流动问题不太适合。比如, 平板射流问题, 从有壁面影响流动突然变化到自由剪切流, 流场尺度变化明显。

3.3.2 标准 $k - \varepsilon$ 模型

标准 $k - \varepsilon$ 模型需要求解湍动能及其耗散率方程。湍动能输运方程是通过精确的方程推导得到, 但耗散率方程是通过物理推理, 数学上模拟相似原形方程得到的。该模型假设流动为完全湍流, 分子粘性的影响可以忽略。因此, 标准 $k - \varepsilon$ 模型只适合完全湍流的流动过程模拟。

标准 $k - \varepsilon$ 模型的湍动能 k 和耗散率 ε 方程为如下形式:

$$\rho \frac{Dk}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_i} \right] + G_k + G_b - \rho \varepsilon - Y_M \quad 3-22$$

$$\rho \frac{D\varepsilon}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i} \right] + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} (G_k + C_{3\varepsilon} G_b) - C_{2\varepsilon} \rho \frac{\varepsilon^2}{k} \quad 3-23$$

在上述方程中, G_k 表示由于平均速度梯度引起的湍动能产生, G_b 是由于浮力影响引起的湍动能产生; Y_M 可压速湍流脉动膨胀对总的耗散率的影响。湍流粘性系数 $\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon}$ 。

在 FLUENT 中, 作为默认值常数, $C_{1\varepsilon} = 1.44$, $C_{2\varepsilon} = 1.92$, $C_\mu = 0.09$, 湍动能 k 与耗散率 ε 的湍流普朗特数分别为 $\sigma_k = 1.0$, $\sigma_\varepsilon = 1.3$ 。可以通过调节“粘性模型”面板来调节这些常数值。

3.3.3 重整化群 $\kappa - \varepsilon$ 模型

重整化群 $\kappa - \varepsilon$ 模型是对瞬时的 Navier-Stokes 方程用重整化群的数学方法推导出来的模型。模型中的常数与标准 $\kappa - \varepsilon$ 模型不同，而且方程中也出现了新的函数或者项。其湍动能与耗散率方程与标准 $\kappa - \varepsilon$ 模型有相似的形式：

$$\rho \frac{Dk}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[(\alpha_k \mu_{eff}) \frac{\partial k}{\partial x_i} \right] + G_k + G_b - \rho \varepsilon - Y_M \quad 3-24$$

$$\rho \frac{D\varepsilon}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[(\alpha_\varepsilon \mu_{eff}) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i} \right] + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} (G_k + C_{3\varepsilon} G_b) - C_{2\varepsilon} \rho \frac{\varepsilon^2}{k} - R \quad 3-25$$

G_k 表示由于平均速度梯度引起的湍动能产生， G_b 是用于浮力影响引起的湍动能产生； Y_M 可压速湍流脉动膨胀对总的耗散率的影响，这些参数与标准 $\kappa - \varepsilon$ 模型中相同。 α_k 和 α_ε 分别是湍动能 k 和耗散率 ε 的有效湍流普朗特数的倒数。

湍流粘性系数计算公式为：

$$d \left(\frac{\rho^2 k}{\sqrt{\varepsilon \mu}} \right) = 1.72 \frac{\tilde{\nu}}{\sqrt{\tilde{\nu}^3 - 1 - C_V}} d\tilde{\nu} \quad 3-26$$

其中， $\tilde{\nu} = \mu_{eff} / \mu$ ， $C_V \approx 100$

对上面方程积分，可以精确得到有效雷诺数（涡旋尺度）对湍流运输的影响，这有助于处理低雷诺数和近壁流动问题的模拟。

对于高雷诺数，上面方程可以给出： $\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon}$ ， $C_\mu = 0.0845$ 。这个结果很有意思，和标准 $\kappa - \varepsilon$ 模型的半经验推导给出的常数 $C_\mu = 0.09$ 非常近似。

在 FLUENT 中，如果是默认设置，用重整化群 $\kappa - \varepsilon$ 模型时候是针对的高雷诺数流动问题。如果对低雷诺数问题进行数值模拟，必须进行相应的设置。

重整化群 $\kappa - \varepsilon$ 模型有旋修正

通常，平均运动有旋时候对湍流有重要影响。FLUENT 中重整化群 $\kappa - \varepsilon$ 模型通过修正湍流粘性系数来考虑了这类影响。

湍流粘性的修正形式为：

$$\mu_t = \mu_{t0} f(\alpha_s, \Omega, \frac{k}{\varepsilon}) \quad 3-27$$

其中， μ_{t0} 是不考虑有旋计算出来的湍流粘性系数； Ω 是 FLUENT 计算出来的特征旋流数； α_s 是旋流常数，不同值表示有旋流动的强度不同。流动可以是强旋或者中等旋度的。FLUENT 默认设置 $\alpha_s = 0.05$ ，针对中等旋度的流动问题，对于强旋流动，可以选择较大的值。

湍动能及其耗散率的有效湍流普朗特数倒数的计算公式为：

$$\left| \frac{\alpha - 1.3929}{\alpha_0 - 1.3929} \right|^{0.6321} \left| \frac{\alpha + 2.3929}{\alpha_0 + 2.3929} \right|^{0.3679} = \frac{\mu_{mol}}{\mu_{eff}} \quad 3-28$$

式中， $\alpha_0 = 1$ ，在高雷诺数流动问题中， $\mu_{mol} / \mu_{eff} \ll 1$ ， $\alpha_k = \alpha_\varepsilon = 1.393$ 。

湍流耗散率方程右边的 R 为：

$$R = \frac{C_\mu \rho \eta^3 (1 - \eta / \eta_0) \varepsilon^2}{1 + \beta \eta^3} \frac{1}{k} \quad 3-29$$

其中， $\eta \equiv Sk / \varepsilon$ ， $\eta_0 = 4.38$ ， $\beta = 0.012$ 。

为了更清楚体现 R 对耗散率的影响，我们把耗散率输运方程重写为：

$$\rho \frac{D\varepsilon}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[(\alpha_\varepsilon \mu_{eff}) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i} \right] + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} (G_k + C_{3\varepsilon} G_b) - C_{2\varepsilon} \rho \frac{\varepsilon^2}{k} - C_{2\varepsilon}^* \rho \frac{\varepsilon^2}{k} \quad 3-30$$

$$\text{则： } C_{2\varepsilon}^* = C_{2\varepsilon} + \frac{C_\mu \rho \eta^3 (1 - \eta / \eta_0)}{1 + \beta \eta^3} \quad 3-31$$

在 $\eta < \eta_0$ 的区域，R 的贡献为正； $C_{2\varepsilon}^*$ 大于 $C_{2\varepsilon}$ 。以对数区为例， $\eta \approx 3$ ， $C_{2\varepsilon}^* \approx 2.0$ ，这和标准 $\kappa - \varepsilon$ 模型中给出的 $C_{2\varepsilon} = 1.92$ 接近。因此，对于弱旋和中等旋度的流动问题，重整化群 $\kappa - \varepsilon$ 模型给出的结果比标准 $\kappa - \varepsilon$ 模型的结果要大。

重整化群模型中， $C_{1\varepsilon} = 1.42$ ， $C_{2\varepsilon} = 1.68$ 。

3.3.4 可实现 $\kappa - \varepsilon$ 模型

可实现 $\kappa - \varepsilon$ 模型的湍动能及其耗散率输运方程为：

$$\rho \frac{Dk}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + G_k + G_b - \rho \varepsilon - Y_M \quad 3-32$$

$$\rho \frac{D\varepsilon}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] + \rho C_1 S \varepsilon - \rho C_2 \frac{\varepsilon^2}{k + \sqrt{\nu \varepsilon}} + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} C_{3\varepsilon} G_b \quad 3-33$$

$$\text{其中， } C_1 = \max \left[0.43, \frac{\eta}{\eta + 5} \right], \quad \eta = Sk / \varepsilon$$

在上述方程中， G_k 表示由于平均速度梯度引起的湍动能产生， G_b 是用于浮力影响引起的湍动能产生； Y_M 可压速湍流脉动膨胀对总的耗散率的影响。 C_2 和 $C_{1\varepsilon}$ 是常数； σ_k ， σ_ε 分别是湍动能及其耗散率的湍流普朗特数。在 FLUENT 中，作为默认值常数， $C_{1\varepsilon} = 1.44$ ， $C_2 = 1.9$ ， $\sigma_k = 1.0$ ， $\sigma_\varepsilon = 1.2$ 。

可实现 $\kappa - \varepsilon$ 模型的湍动能的输运方程与标准 $\kappa - \varepsilon$ 模型和重整化群 $\kappa - \varepsilon$ 模型有相同的形式，只是模型参数不同。但耗散率方程有较大不同。首先耗散率产生项（方

程右边第二项) 不包含湍动能产生项 G_k ，现在的形式更能体现能量在谱空间的传输。另外的特色在于耗散率减少项中，不具有奇异性。并不象标准 $\kappa - \varepsilon$ 模型模型那样把 K 放在分母上。

该模型适合的流动类型比较广泛，包括有旋均匀剪切流，自由流（射流和混合层），腔道流动和边界层流动。对以上流动过程模拟结果都比标准 $\kappa - \varepsilon$ 模型的结果好，特别是可实现 $\kappa - \varepsilon$ 模型对圆口射流和平板射流模拟中，能给出较好的射流扩张角。

湍流粘性系数公式为 $\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon}$ ，这和标准 $\kappa - \varepsilon$ 模型相同。不同的是，在可实现 $\kappa - \varepsilon$ 模型中， C_μ 不再是个常数，而是通过如下公式计算：

$$C_\mu = \frac{1}{A_0 + A_s \frac{U^* K}{\varepsilon}} \quad 3-34$$

其中， $U^* = \sqrt{S_{ij} S_{ij} + \tilde{\Omega}_{ij} \tilde{\Omega}_{ij}}$ ， $\tilde{\Omega}_{ij} = \Omega_{ij} - 2\varepsilon_{ijk} \omega_k$ ， $\Omega_{ij} = \bar{\Omega}_{ij} - \varepsilon_{ijk} \omega_k$ ， $\bar{\Omega}_{ij}$ 是 is the mean rate-of - rotation tensor viewed in a rotating reference frame with the angular velocity ω_k 。模型常数 $A_0 = 4.04$ ， $A_s = \sqrt{6} \cos \phi$ ，而：

$$\phi = \frac{1}{3} \arccos(\sqrt{6}W)，式中 W = \frac{S_{ij} S_{jk} S_{kj}}{\tilde{S}^2}，\tilde{S} = \sqrt{S_{ij} S_{ij}}，S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right)$$

我们可以发现， C_μ 是平均应变率与旋度的函数。在平衡边界层惯性底层，可以得到 $C_\mu = 0.09$ ，与标准 $\kappa - \varepsilon$ 模型中采用底常数一样。

双方程模型中，无论是标准 $\kappa - \varepsilon$ 模型、重整化群 $\kappa - \varepsilon$ 模型还是可实现 $\kappa - \varepsilon$ 模型，三个模型有类似的形式，即都有 κ 和 ε 的输运方程，它们的区别在于：1，计算湍流粘性的方法不同；2，控制湍流扩散的湍流 Prandtl 数不同；3， ε 方程中的产生项和 G_k 关系不同。但都包含了相同的表示由于平均速度梯度引起的湍动能产生 G_k ，用于浮力影响引起的湍动能产生 G_b ；可压速湍流脉动膨胀对总的耗散率的影响 Y_M 。

湍动能产生项

$$G_k = -\overline{\rho u'_i u'_j} \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \quad 3-35$$

$$G_b = \beta g_i \frac{\mu_t}{Pr_t} \frac{\partial T}{\partial x_i} \quad 3-36$$

式中， Pr_t 是能量的湍流普朗特数，对于可实现 $\kappa - \varepsilon$ 模型，默认设置值为 0.85。对于重整化群 $\kappa - \varepsilon$ 模型， $Pr_t = 1/\alpha$ ， $\alpha = 1/Pr = k/\mu C_p$ 。热膨胀系数 $\beta = -\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p$ ，对于理想气体，浮力引起的湍动能产生项变为：

$$G_b = -g_i \frac{\mu_t}{\rho \text{Pr} t} \frac{\partial \rho}{\partial x_i} \quad 3-37$$

在 FLUENT 程序中，如果有重力作用，并且流场里有密度或者温度的梯度，浮力对湍动能的影响都是存在的。浮力对耗散率的影响不是很清楚，因此，默认设置中，耗散率方程中的浮力影响不被考虑。如果要考虑浮力对耗散率的影响，用“粘性模型”面板来控制。浮力对耗散率影响是用 $C_{3\varepsilon}$ 来体现。但 $C_{3\varepsilon}$ 并不是常数，而是如下的函数形式：

$$C_{3\varepsilon} = \tanh \left| \frac{v}{u} \right| \quad 3-38$$

v 是平行于重力方向的速度分量； u 是垂直于重力方向的速度分量。如果流动速度与重力方向相同的剪切流动， $C_{3\varepsilon}=1$ ，对于流动方向与重力方向垂直的剪切流， $C_{3\varepsilon}=0$ 。

对于高马赫数的流动问题，可压速性对湍流影响在 Y_M 中体现。

$$Y_M = \rho \varepsilon 2 M_t^2$$

其中， M_t 是马赫数，定义为： $M_t = \sqrt{\frac{k}{a^2}}$ ($a \equiv \sqrt{\gamma RT}$ 是声速)。

默认设置中，只要选择可压速理想气体，可压速效应都是考虑的。

在上述的双方程模型中，对流传热传质模型都是通过雷诺相似湍流动量输运方程得到的。能量方程形式为：

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho E) + \frac{\partial}{\partial x_i} [u_i (\rho E + p)] = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(k_{eff} \frac{\partial T}{\partial x_i} + u_j (\tau_{ij})_{eff} \right) + S_h \quad 3-39$$

式中， E 是总的能量， k_{eff} 是有效导热系数； $(\tau_{ij})_{eff}$ 是偏应力张量，定义为：

$$(\tau_{ij})_{eff} = \mu_{eff} \left(\frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) - \frac{2}{3} \mu_{eff} \frac{\partial u_i}{\partial x_i} \delta_{ij} \quad 3-40$$

$(\tau_{ij})_{eff}$ 表示的是粘性加热，耦合求解时总是计算。如果不是耦合求解时候，作为默认设置，并不求解该量。如果有需要，需在“粘性模型”面板中设置。

对于重整化群 $\kappa - \varepsilon$ 模型，有效导热系数为：

$$k_{eff} = \alpha c_p \mu_{eff} \quad 3-41$$

α 用 (3-28) 计算，式中， $\alpha_0 = 1/\text{Pr} = k/\mu C_p$ 。事实上， α 随着 μ_{mol}/μ_{eff} 的变化而变化，这是重整化群 $\kappa - \varepsilon$ 模型的一个优点，因为实验中证明，湍流普朗特数随分子普朗特数及湍流而变化。

湍流质量输运处理过程与能量输运过程类似。对于标准 $\kappa - \varepsilon$ 模型和可实现的 $\kappa - \varepsilon$ 模型，默认的 Schmidt 数是 0.7，重整化群模型中，是通过方程 3-28 来计算的，其中， $\alpha_0 = 1/Sc$ ， Sc 是分子 Schmidt 数。

3.3.5 雷诺应力模型 (RSM)

雷诺应力模型是求解雷诺应力张量的各个分量的输运方程。具体形式为：

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial}{\partial t}(\overline{\rho u_i u_j}) + \frac{\partial}{\partial x_k}(\rho U_k \overline{u_i u_j}) = & \\
 \text{对流项 } C_{ij} & \\
 - \frac{\partial}{\partial x_k} \left[\overline{\rho u_i u_j u_k} + p(\delta_{kj} \overline{u_i} + \delta_{ik} \overline{u_j}) \right] + \frac{\partial}{\partial x_k} \left[\mu \frac{\partial}{\partial x_k} \overline{u_i u_j} \right] & \\
 \text{湍流扩散项 } D_{ij}^T & \qquad \qquad \qquad \text{分子扩散 } D_{ij}^L & \\
 - \rho \left(\overline{u_i u_k} \frac{\partial U_j}{\partial x_k} + \overline{u_j u_k} \frac{\partial U_i}{\partial x_k} \right) - \rho \beta (g_i \overline{u_j \theta} + g_j \overline{u_i \theta}) & \\
 \text{应力产生项 } P_{ij} & \qquad \qquad \qquad \text{浮力产生项目 } G_{ij} & \\
 + p \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - 2\mu \frac{\partial u_i}{\partial x_k} \frac{\partial u_j}{\partial x_k} & \\
 \text{压力应变项 } \Phi_{ij} & \qquad \qquad \qquad \text{耗散项 } \varepsilon_{ij} & \\
 - 2\rho \Omega_k (\overline{u_j u_m} \varepsilon_{ikm} + \overline{u_i u_m} \varepsilon_{jkm}) & \qquad \qquad \qquad 3-42 & \\
 \text{系统旋转产生项 } F_{ij} & &
 \end{aligned}$$

上面方程中， C_{ij} ， D_{ij}^L ， P_{ij} ， F_{ij} 不需要模拟，而 D_{ij}^T ， G_{ij} ， Φ_{ij} ， ε_{ij} 需要模拟以封闭方程。下面简单对几个需要模拟项的模拟。

D_{ij}^T 可以用 Delay and Harlow [L38]的梯度扩散模型来模拟，即：

$$D_{ij}^T = C_s \frac{\partial}{\partial x_k} \left[\rho \frac{\overline{ku_k u_l}}{\varepsilon} \frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial x_l} \right] \qquad 3-43$$

但这个模型会导致数值不稳定，因此 FLUENT 程序中采用标量湍流扩散模型：

$$D_{ij}^T = \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\frac{\mu_t}{\sigma_k} \frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial x_k} \right) \qquad 3-44$$

式中，湍流粘性系数用 $\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon}$ 来计算，根据 Lien and Leschziner [L98]， $\sigma_k = 0.82$ ，这和标准 $\kappa - \varepsilon$ 模型中选取 1.0 有所不同。

根据 Gibson and Launder [L58], Fu [L55], Launder [L88,L89]，压力应变项 Φ_{ij} 可以分解为三项，即：

$$\Phi_{ij} = \Phi_{ij,1} + \Phi_{ij,2} + \Phi_{ij}^w \qquad 3-45$$

$\Phi_{ij,1}$, $\Phi_{ij,2}$ 和 Φ_{ij}^w 分别是慢速项, 快速项和壁面反射项。

$$\Phi_{ij,1} = -C_1 \rho \frac{\varepsilon}{k} \left[\overline{u_i u_j} - \frac{2}{3} \delta_{ij} k \right], \text{ 常数 } C_1 = 1.8。$$

$$\Phi_{ij,2} = -C_2 \left[(P_{ij} + F_{ij} + G_{ij} - C_{ij}) - \frac{2}{3} \delta_{ij} (P + G - C) \right], \quad C_2 = 0.60, \quad P = \frac{1}{2} P_{kk},$$

$$G = \frac{1}{2} G_{kk}, \quad C = \frac{1}{2} C_{kk}。$$

壁面反射项用于重新分布近壁的雷诺正应力分布, 主要是减少垂直于壁面的雷诺正应力, 增加平行于壁面的雷诺正应力。该项模拟为:

$$\begin{aligned} \Phi_{ij}^w = & C_1' \frac{\varepsilon}{k} \left(\overline{u_k u_m n_k n_m} \delta_{ij} - \frac{3}{2} \overline{u_i u_k n_j n_k} - \frac{3}{2} \overline{u_j u_k n_i n_k} \right) \frac{k^{3/2}}{C_l \varepsilon d} \\ & + C_2' \left(\Phi_{km,2} n_k n_m \delta_{ij} - \frac{3}{2} \Phi_{ik,2} n_j n_k - \frac{3}{2} \Phi_{jk,2} n_i n_k \right) \frac{k^{3/2}}{C_l \varepsilon d} \end{aligned} \quad 3-46$$

式中, $C_1' = 0.5$, $C_2' = 0.3$, n_k 是 x_k 在垂直于壁面方向上的单位分量, d 是到壁面的距离; $C_l = C_\mu^{3/4} / k$, $C_\mu = 0.09$, $k=0.41$ 。

默认设置时候, FLUENT 不计算 Φ_{ij}^w 。如果需要计算时候, 在“粘性模型”面板中设置。

线性压力应变模型

对于小雷诺数流动, 特别是用双层模型求解近壁流动问题时, FLUENT 中通过改进模型常数 C_1 , C_2 , C_1' 和 C_2' 来改进压力应变项 Launder [L91]。这一过程只有在选择双层流模型时候, 在“粘性模型”面板上调节。

$$C_1 = 1 + 2.58 A \sqrt{A_2} \left(1 - e^{-(0.0067 \text{Re}_t)^2} \right)$$

$$C_2 = 0.75 \sqrt{A}$$

$$C_1' = -\frac{2}{3} C_1 + 1.67$$

$$C_2' = \max \left(\frac{\frac{2}{3} C_2 - \frac{1}{6}}{C_2}, 0 \right)$$

其中, $\text{Re}_t = \rho k^2 / (\mu \varepsilon)$, 参数 A 和张量不变量 A_2, A_3 定义为:

$$A \equiv \left[1 - \frac{9}{8} (A_2 - A_3) \right]$$

$$A_2 \equiv \alpha_{ik} \alpha_{ki}$$

$$A_3 \equiv \alpha_{ik} \alpha_{kj} \alpha_{ji}$$

式中， α_{ij} 是雷诺应力张量各向异性部分，定义为：

$$\alpha_{ij} = - \left(\frac{-\overline{\rho u_i u_j} + \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij}}{\rho k} \right) \quad 3-47$$

二阶压力应变模型

二阶压力应变模型由 Speziale {L157} 等人提出。

$$\begin{aligned} \Phi_{ij} = & -(C_1 \rho \varepsilon + C_1^* P) b_{ij} + C_2 \rho \varepsilon (b_{ik} b_{kj} - \frac{1}{3} b_{mn} b_{mn} \delta_{ij}) + (C_3 - C_3^* \sqrt{b_{ij} b_{ij}}) \rho k S_{ij} \\ & + C_4 \rho k (b_{ik} S_{jk} + b_{jk} S_{ik} - \frac{2}{3} b_{mn} S_{mn} \delta_{ij}) + C_5 \rho k (b_{ik} \Omega_{jk} + b_{jk} \Omega_{ik}) \end{aligned} \quad 3-48$$

式中， b_{ij} 是雷诺应力各向异性张量，定义为：

$$b_{ij} = - \left(\frac{-\overline{\rho u_i u_j} + \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij}}{2 \rho k} \right) \quad 3-49$$

平均应变率 S_{ij} 定义为： $S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right)$ ； $\Omega_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right)$ ；模型常数

$C_1 = 3.4$ ， $C_1^* = 1.8$ ， $C_2 = 4.2$ ， $C_3 = 0.8$ ， $C_3^* = 1.3$ ， $C_4 = 1.25$ ， $C_5 = 0.4$ 。

二阶压力应变模型不需要考虑壁面反射影响去模拟对数区湍流边界层过程。

浮力对湍流的影响

浮力引起的产生项模拟为：

$$G_{ij} = \beta \frac{\mu_t}{\text{Pr}t} \left(g_i \frac{\partial T}{\partial x_j} + g_j \frac{\partial T}{\partial x_i} \right) \quad 3-50$$

其中， $\text{Pr}t$ 是能量的湍流普朗特数，默认设置值为 0.85。

对于理想气体，把热膨胀系数的定义代入上式，得：

$$G_{ij} = - \frac{\mu_t}{\rho \text{Pr}t} \left(g_i \frac{\partial \rho}{\partial x_j} + g_j \frac{\partial \rho}{\partial x_i} \right) \quad 3-51$$

耗散项 ε_{ij} 的模拟

耗散张量 ε_{ij} 模拟为：

$$\varepsilon_{ij} = \frac{2}{3} \delta_{ij} (\rho\varepsilon + Y_M) \quad 3-52$$

式中， $Y_M = \rho\varepsilon 2M_t^2$ ， M_t 是马赫数；标量耗散率 ε 用标准 k- ε 模型中的采用的耗散率输运方程求解。

雷诺应力模型的边界条件

在流场进口，雷诺应力模型需要各个雷诺应力分量和湍动能耗散率的值。这些值可以直接输入，也可以湍流强度和特征长度来计算。

在壁面，雷诺应力模型通过壁面函数，给出各个雷诺应力分量和耗散率的值。

雷诺应力模型的能量与质量输运方程

在雷诺应力模型中，对流传热传质模型都是通过雷诺相似湍流动量输运方程得到的。能量方程形式为：

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho E) + \frac{\partial}{\partial x_i} [u_i (\rho E + p)] = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\left(k + \frac{c_p \mu_t}{\text{Pr}t} \right) \frac{\partial T}{\partial x_i} + u_j (\tau_{ij})_{eff} \right) + S_h \quad 3-53$$

式中，E 是总的能量； $(\tau_{ij})_{eff}$ 是偏应力张量，定义为：

$$(\tau_{ij})_{eff} = \mu_{eff} \left(\frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) - \frac{2}{3} \mu_{eff} \frac{\partial u_i}{\partial x_i} \delta_{ij} \quad 3-54$$

$(\tau_{ij})_{eff}$ 表示的是粘性加热，耦合求解时总是计算。如果不是耦合求解时候，作为默认设置，并不求解该量，并且 $\text{Pr}t=0.85$ 。如果有需要，需在“粘性模型”面板中设置。

3.3.6 大涡模拟 (LES)

湍流中包含了不同时间与长度尺度的涡旋。最大长度尺度通常为平均流动的特征长度尺度。最小尺度为 Komogrov 尺度。

LES 的基本假设是 1，动量、能量、质量及其它标量主要由大涡输运；2，流动的几何和边界条件决定了大涡的特性，而流动特性主要在大涡中体现；3，小尺度涡旋受几何和边界条件影响较小，并且各向同性；大涡模拟过程中，直接求解大涡，小尺度涡旋模拟，从而使得网格要求比 DNS 低。

3.3.6.1 大涡模拟的控制方程

LES 的控制方程是对 Navier-Stokes 方程在波数空间或者物理空间进行过滤得到的。过滤的过程是去掉比过滤宽度或者给定物理宽度小的涡旋，从而得到大涡旋的控制方程。

过滤变量（上横线）定义为：

$$\overline{\phi}(x) = \int_D \phi(x') G(x, x') dx' \quad 3-55$$

其中，D 表示流体区域；G 是决定涡旋大小的过滤函数。

在 FLUENT 中，有限控制体离散本身暗中包括了过滤运算，

$$\overline{\phi}(x) = \frac{1}{V} \int_V \phi(x') dx', \quad x' \in V \quad 3-56$$

其中 V 是计算控制体体积，过滤函数为：

$$G(x, x') = \begin{cases} 1/V & x' \in V \\ 0 & x' \notin V \end{cases} \quad 3-57$$

目前，大涡模拟对不可压流动问题得到较多应用，但在可压缩问题中的应用还很少，因此这里涉及的理论都是针对不可压流动的大涡模拟方法。在 FLUENT 中，大涡模拟只能针对不可压流体（当然并非说是密度是常数）的流动。

过滤不可压的 Navier-Stokes 方程后，可以得到 LES 控制方程：

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho \overline{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad 3-58$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \overline{u}_i) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho \overline{u}_i \overline{u}_j) = \frac{\partial}{\partial x_j} (\mu \frac{\partial \overline{u}_i}{\partial x_j}) - \frac{\partial \overline{p}}{\partial x_i} - \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \quad 3-59$$

其中， τ_{ij} 为亚网格应力，定义为：

$$\tau_{ij} = \overline{\rho u_i u_j} - \overline{\rho} \overline{u}_i \cdot \overline{u}_j \quad 3-60$$

很明显，上述方程与雷诺平均方程很相似，只不过大涡模拟中的变量是过滤过的量，而非时间平均量，并且湍流应力也不同。

3.3.6.2 亚网格模型

由于 LES 中亚网格应力项是未知的，并且需要模拟以封闭方程。目前，采用比较多的亚网格模型为涡旋粘性模型，形式为：

$$\tau_{ij} - \frac{1}{3} \tau_{kk} \delta_{ij} = -2\mu_t \overline{S}_{ij} \quad 3-61$$

式中， μ_t 是亚网格湍流粘性系数； \overline{S}_{ij} 是求解尺度下的应变率张量，定义为：

$$\overline{S}_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \overline{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad 3-62$$

求解亚网格湍流粘性系数 μ_t 时，FLUENT 提供了两种方法。第一，Smagorinsky-Lilly 模型；第二，基于重整化群的亚网格模型。

最基本的亚网格模型是 Smagorinsky [L145] 最早提出的，Lilly [L99] 把它进行了改善，这就

是今天的 Smagorinsky-Lilly 模型。该模型的涡粘性计算方程为：

$$\mu_t = \rho L_s^2 |\overline{S}| \quad 3-63$$

式中， L_s 是亚网格的混合长度； $|\overline{S}| \equiv \sqrt{2\overline{S_{ij}S_{ij}}}$ 。 C_s 是 Smagorinsky 常数，则亚网格混合长度 L_s 可以用下式计算。

$$L_s = \min(kd, C_s V^{1/3}) \quad 3-64$$

其中， $k=0.42$ ， d 是到最近壁面的距离， V 是计算控制体体积。

Lilly 通过对均匀各向同性湍流惯性子区湍流分析，得到了 $C_s=0.23$ 。但是研究中发现，对于有平均剪切或者过渡流动中，该系数过高估计了大尺度涡旋的阻尼作用。因此，对于比较多的流动问题， $C_s=0.1$ 有比较好的模拟结果，该值是 FLUENT 的默认设置值。

我们再来看看基于重整化群思想的亚网格模型。人们用重整化群理论推导出了亚网格涡旋粘性系数[L182]，该方法得到的是亚网格有效粘性系数， $\mu_{eff} = \mu + \mu_t$ ，而

$$\mu_{eff} = \mu \left[1 + H \left(\frac{\mu_s^2 \mu_{eff}}{\mu^3} - C \right) \right]^{1/3} \quad 3-65$$

式中， $\mu_s = (C_{mg} V^{1/3})^2 \sqrt{2\overline{S_{ij}S_{ij}}}$ ， $H(x)$ 是 Heaviside 函数，

$$H(x) = \begin{cases} x & x > 0 \\ 0 & x \leq 0 \end{cases} \quad 3-66$$

V 是计算控制体体积；重整化群常数 $C_{mg} = 0.157$ ，而常数 $C=100$ 。

对于高雷诺数流动 ($\mu_t \gg \mu$)， $\mu_{eff} \cong \mu_t$ ，基于重整化群理论的亚网格模型就与 Smagorinsky-Lilly 模型相同，只是模型常数有区别。在流动场的低雷诺数区域，上面的函数就小于零，从而只有分子粘性起作用。所以，基于重整化群理论的亚网格模型对流动转捩和近壁流动问题有较好模拟效果。

3.3.6.3 大涡模拟的边界条件

对于给定进口速度边界条件，速度等于各个方向分量与随机脉动量的和，即：

$$\overline{u_i} = \langle u_i \rangle + I\psi|u|$$

其中， I 是脉动强度， ψ 是高斯随机数，满足 $\overline{\psi} = 0$ ， $\sqrt{\overline{\psi'^2}} = 1$ 。

如果网格足够密并可以求解层流底层的流动的话，壁面切应力采用线性应力应变关系，即：

$$\frac{\overline{u}}{u_\tau} = \frac{\rho u_\tau y}{\mu} \quad 3-67$$

如果网格不够细，则假定与壁面邻近网格质心落在边界层对数区内，则：

$$\frac{\overline{u}}{u_\tau} = \frac{1}{k} \ln E \left(\frac{\rho u_\tau y}{\mu} \right) \quad 3-68$$

其中， $k=0.418$ ， $E=9.793$ 。

表 3-1，雷诺平均模型的比较

模型名字	优点	缺点
Spalart-Allmaras	计算量小，对一定复杂程度的边界层问题有较好效果	计算结果没有被广泛测试，缺少子模型，如考虑燃烧或浮力问题
标准 $k - \varepsilon$	应用多，计算量合适，有较多数据积累和相当精度	对于流向有曲率变化，较强压力梯度有旋问题等复杂流动模拟效果欠缺
RNG $k - \varepsilon$	能模拟射流撞击，分离流，二次流，旋流等中等复杂流动	受到涡旋粘性各向同性假设限制
Realizable $k - \varepsilon$	和 RNG 模型差不多，还可以模拟圆口射流问题	受到涡旋粘性各向同性假设限制
雷诺应力模型	考虑的物理机理更仔细，包括了湍流各向异性影响	CPU 时间长（2~3 倍），动量和湍流量高度耦合。

第四节，湍流模型算例及其设置

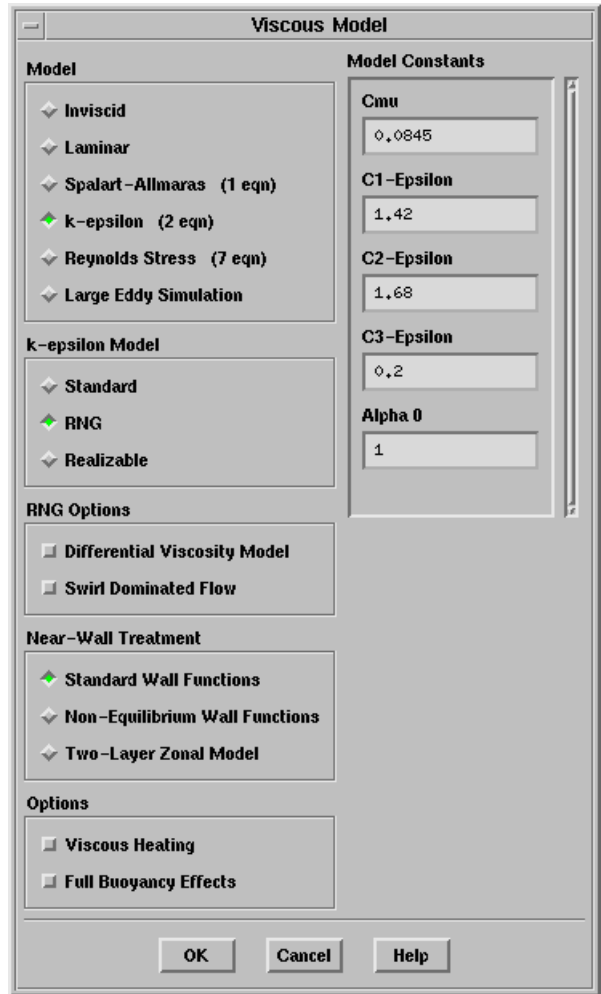
湍流模型设置命令：Define-model-viscous

无粘，层流和湍流

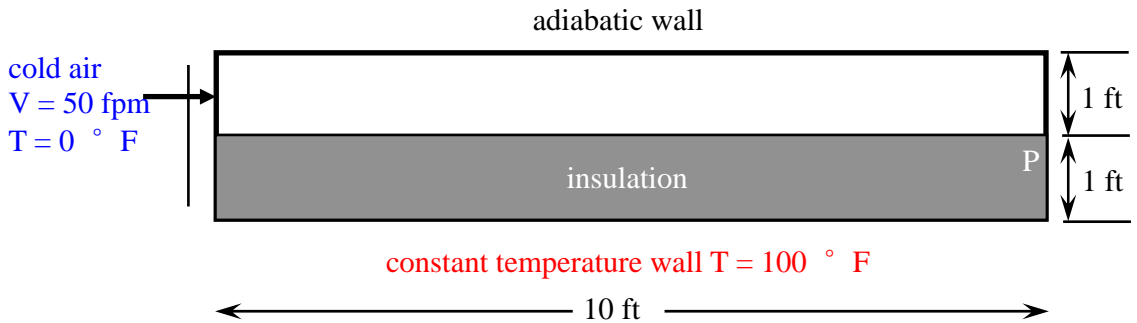
湍流模型选项

近壁处理方法选择

附加湍流选项

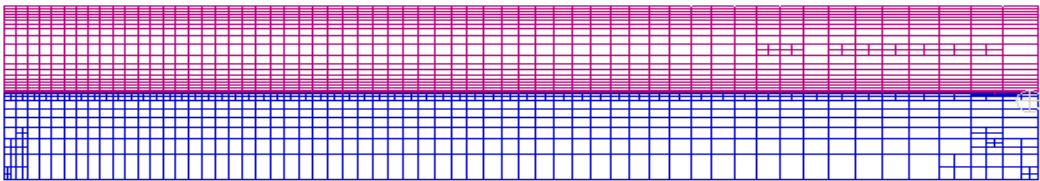


算例分析：有换热的腔道流动问题

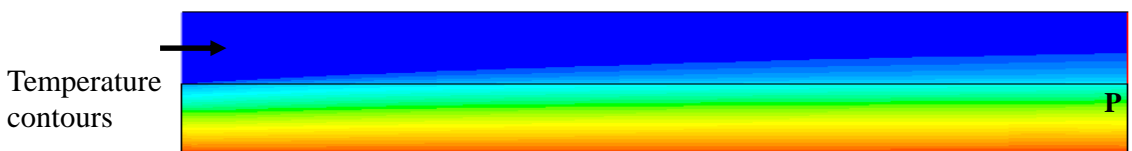
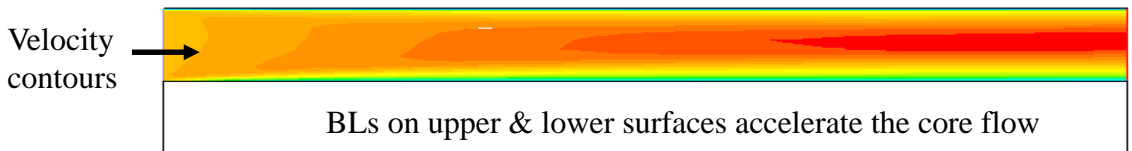


步骤：

- 1, 检查是否湍流： $Re_{Dh} = 5980$
- 2, 选择低雷诺数湍流模型—RNG $k - \epsilon$ 模型；壁面处理用非平衡壁面函数，考虑压力梯度影响
- 3, 网格划分：(1) 四边形网格；(2) 由于在靠近水平板处，垂直方向梯度较大，则近壁网格加密，并保证第一个控制体在对数区内；(3) 变化流向网格间距，用于捕捉边界层发展；(4)，根据计算结果，自动调节网格，用于进一步计算温度梯度。

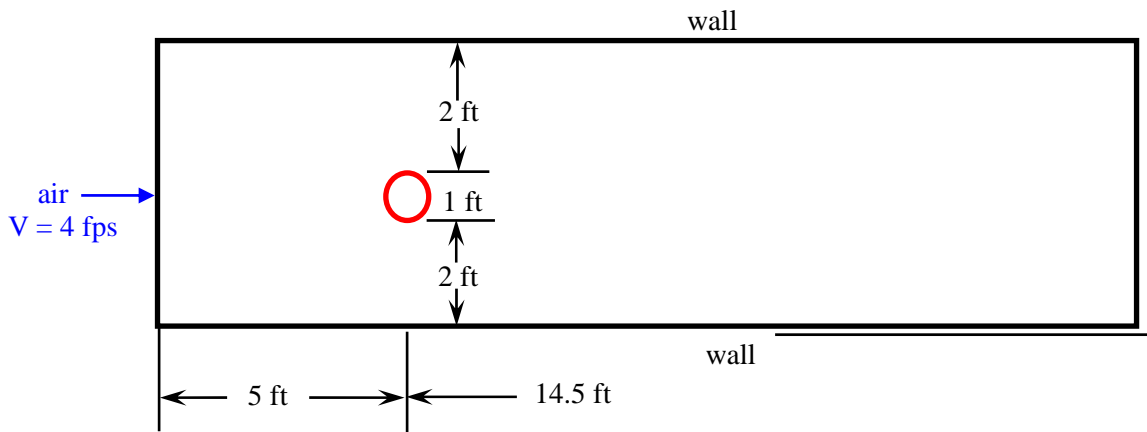


计算结果：



Important that thermal BL was accurately resolved as well

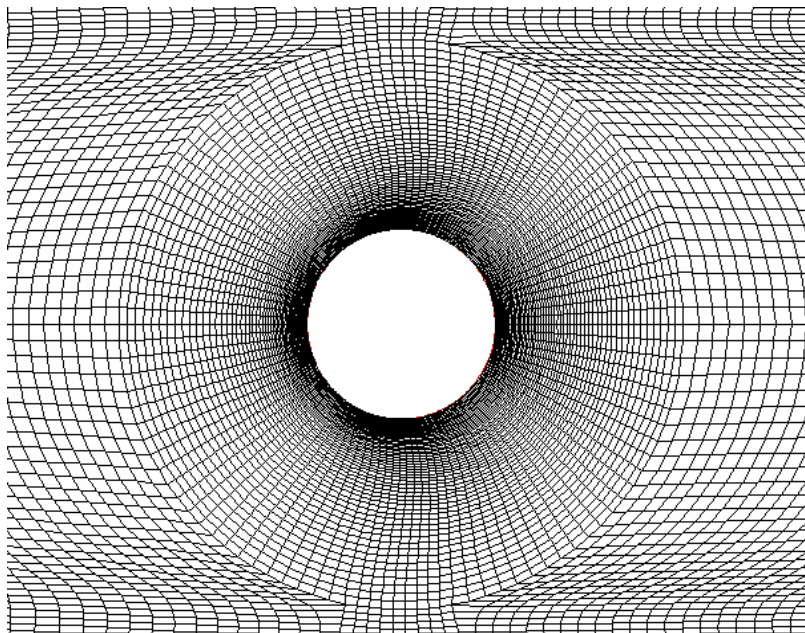
算例二，圆柱绕流



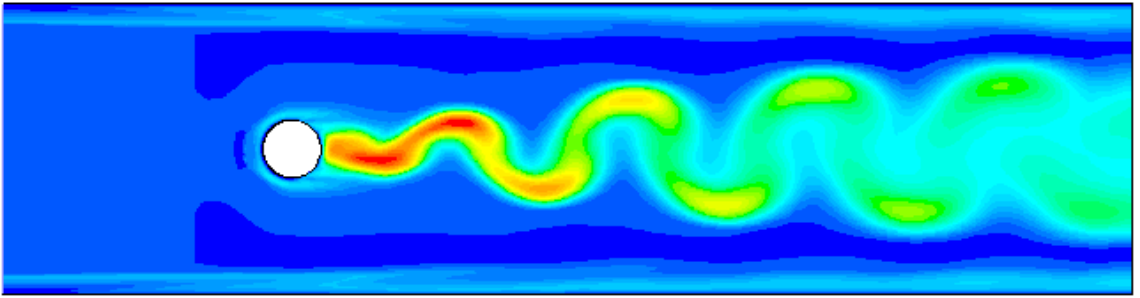
Compute drag coefficient of the cylinder

步骤:

- 1, 确定雷诺数, $Re_D = 24600$
- 2, 钝体绕流, 后面有不稳定的涡旋脱落。采用 RNG $k - \varepsilon$ 模型, 壁面处理是双层区模型;
- 3, 网格处理: 近壁网格加密, 由于是双层区模型, 需要网格划分到 $y^+ = 1$



计算圆柱绕流的涡旋脱落过程



Contours of effective viscosity $\mu_{\text{eff}} = \mu + \mu_t$

$$C_D = 0.53$$

$$\text{Strouhal Number} = 0.297$$

where $St = \frac{D}{\tau U}$